



## Cálculo Diferencial e Integral: um kit de sobrevivência "SageMath"

Luan Carlos Rigoletto Fernandes.  
Orientador: Prof. Dr. Rodrigo Martins.

### Matriz inversa e matriz transposta

Veremos como encontrar a matriz inversa (caso exista) e a matriz transposta de uma dada matriz no SageMath.

**Definição 1 :** Uma matriz quadrada  $A$  de ordem  $n$  é inversível se existe uma matriz quadrada  $B$  de ordem  $n$  tal que  $AB=BA=I$ , onde  $I$  é a matriz identidade de ordem  $n$ . Dizemos que  $B$  é a matriz inversa de  $A$  e denotamos  $B = A^{-1}$ .

**Definição 2 :** Seja  $A$  uma matriz de ordem  $m \times n$  e termo geral  $a_{ij}$ . A matriz transposta de  $A$ , denotada por  $A^t$ , tem ordem  $m \times n$  e seu termo geral é dado por  $b_{ij} = a_{ji}$ .

**Teorema :** Seja  $A$  uma matriz quadrada inversível. Então sua matriz inversa é única.

### Matriz inversa e matriz transposta no SageMath

Sejam  $A$  uma matriz de ordem  $n$  e  $B$  uma matriz de ordem  $m \times n$ .

1. Para encontrarmos  $A^{-1}$ , digitamos:

`A.inverse()` ou `A^(-1)` ou `~A`.

Caso a matriz  $A$  não possua inversa, o SageMath apresentará o seguinte erro: **matrix must be nonsingular**.

2. Para encontrarmos  $B^t$ , digitamos:

`B.transpose()`.

## Exemplo 1

A matriz  $A$  abaixo não possui inversa

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & -3 & -4 \\ 5 & 7 & 12 & -3 \end{pmatrix}.$$

```
In [7]: A=matrix(4,4,[1,2,3,4,4,3,2,1,-1,-2,-3,-4,5,7,12,-3])
show(B)
```

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & -3 & -4 \\ 5 & 7 & 12 & -3 \end{pmatrix}$$

```
In [8]: show(A.inverse())
```

```
-----
ZeroDivisionError                                Traceback (most recent call last)
<ipython-input-8-6fcec01c1398> in <module>
----> 1 show(A.inverse())

/opt/sagemath-9.2/local/lib/python3.7/site-packages/sage/matrix/matrix2.pyx in sage.matrix.matrix2.Matrix.inverse (build/cy
thonized/sage/matrix/matrix2.c:68736)()
 9540
 9541     """
-> 9542     return ~self
 9543
 9544     def adjugate(self):

/opt/sagemath-9.2/local/lib/python3.7/site-packages/sage/matrix/matrix_integer_dense.pyx in sage.matrix.matrix_integer_den
se.Matrix_integer_dense._invert__ (build/cythonized/sage/matrix/matrix_integer_dense.c:33068)()
 4052         ZeroDivisionError: matrix must be nonsingular
 4053     """
-> 4054     A, d = self._invert_flint()
 4055     return A / d
 4056

/opt/sagemath-9.2/local/lib/python3.7/site-packages/sage/matrix/matrix_integer_dense.pyx in sage.matrix.matrix_integer_den
se.Matrix_integer_dense._invert_flint (build/cythonized/sage/matrix/matrix_integer_dense.c:32904)()
 4013         fmpz_clear(fden)
 4014         if res == 0:
-> 4015             raise ZeroDivisionError('matrix must be nonsingular')
 4016         if den < 0:
 4017             return -M, -den

ZeroDivisionError: matrix must be nonsingular
```

## Exemplo 2

Encontremos a matriz inversa de

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & -3 & -4 \\ 5 & 7 & 12 & -3 \end{pmatrix}.$$

```
In [16]: A=matrix(4,4,[1,2,3,4,4,3,2,1,-1,0,-3,-4,5,7,12,-3])
show(A)
```

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & -3 & -4 \\ 5 & 7 & 12 & -3 \end{pmatrix}$$

```
In [17]: show(A.inverse())
```

$$\begin{pmatrix} -\frac{68}{185} & \frac{57}{185} & -\frac{10}{37} & -\frac{1}{37} \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{18}{185} & -\frac{23}{185} & -\frac{7}{37} & \frac{3}{37} \\ \frac{61}{370} & \frac{3}{185} & -\frac{3}{74} & -\frac{2}{37} \end{pmatrix}$$

### Exemplo 3

Encontremos a matriz transposta de

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & -3 & -4 \\ 5 & 7 & 12 & -3 \\ -2 & -9 & 0 & 8 \\ 0 & -5 & 3 & 10 \end{pmatrix}.$$

```
In [3]: B=matrix(6,4,[1,2,3,4,4,3,2,1,-1,-2,-3,-4,5,7,12,-3,-2,-9,0,8,0,-5,3,10])
show(B)
```

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & -3 & -4 \\ 5 & 7 & 12 & -3 \\ -2 & -9 & 0 & 8 \\ 0 & -5 & 3 & 10 \end{pmatrix}$$

```
In [5]: show(B.transpose())
```

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & -1 & 5 & -2 & 0 \\ 2 & 3 & -2 & 7 & -9 & -5 \\ 3 & 2 & -3 & 12 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & -4 & -3 & 8 & 10 \end{pmatrix}$$

### Referências

- [1] BARD, G. V. Sage para Estudantes de Pregrado. Cochabamba: Sagemath, 2014. Tradução de: Diego Sejas Viscarra. Disponível em < <http://www.sage-para-estudiantes.com/> >. Acesso: 17/08/2020.
- [2] Poole, David. Álgebra Linear: uma introdução moderna. Tradução técnica de Martha Salerno Monteiro, Celia Mendes Carvalho Lopes. 2. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2016.